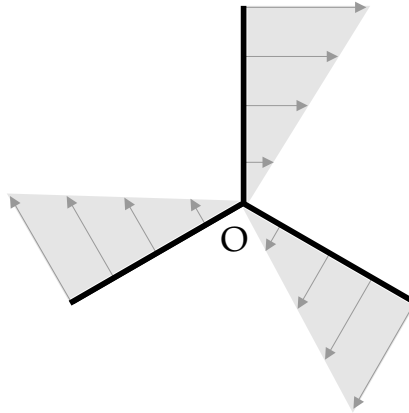


Compito di Meccanica Razionale

27 Gennaio 2025

Esercizio 1. Si consideri un corpo rigido \mathcal{C} omogeneo di massa $3m$ composto da tre aste di lunghezza ℓ poste nello stesso piano, ruotate di 120° una rispetto all'altra e saldate in un estremo comune O (si veda la figura). Su ogni asta che compone \mathcal{C} agisce una distribuzione continua di forze perpendicolari all'asta dirette come in figura, con densità di modulo Fd/ℓ^2 ($F > 0$ costante) che è funzione della distanza d dei punti dell'asta da O .

- Calcolare i momenti principali di inerzia del corpo \mathcal{C} rispetto al suo baricentro.
- Trovare il numero minimo di forze applicate che bisogna aggiungere al sistema in modo da equilibrarlo.
- Calcolare esplicitamente tali forze applicate scegliendo dei punti di applicazione P_i appartenenti al corpo.

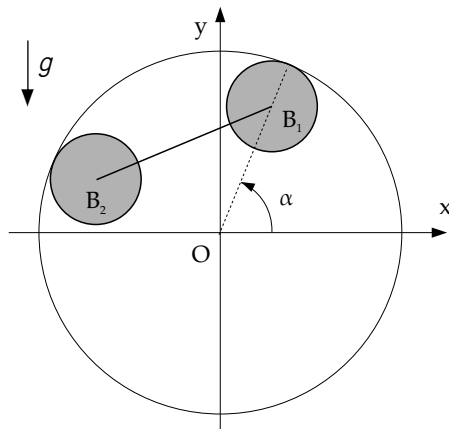


Esercizio 2. In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy con asse Oy verticale ascendente. Si consideri in tale piano un sistema meccanico formato da due dischi omogenei di raggio R e massa m . I baricentri B_1, B_2 dei dischi sono collegati tra loro da un'asta di lunghezza $3\sqrt{2}R$ e massa trascurabile. I due dischi rotolano senza strisciare all'interno di una guida circolare centrata nell'origine e di raggio $4R$ mantenendosi sempre a contatto con la guida. Il sistema è soggetto alla forza di gravità di accelerazione $g > 0$, diretta verso il basso.

Si usi come coordinata l'angolo α che OB_1 forma con la direzione orizzontale.

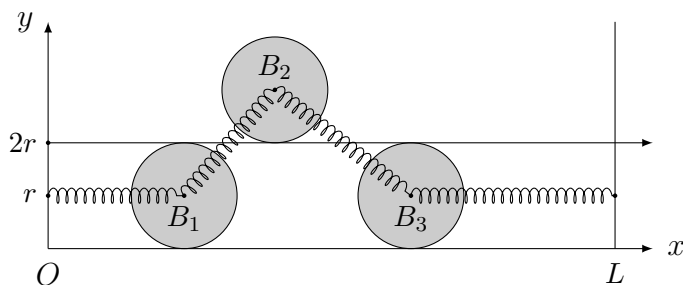
- Calcolare le velocità angolari dei due dischi.
- Calcolare le reazioni vincolari dei due dischi nei punti di contatto con la guida.

- iii) Scrivere l'equazione del moto del sistema usando un metodo a scelta studiato nel corso.



Esercizio 3. In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy , con asse Oy verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico piano della figura, composto da tre dischi omogenei \mathcal{D}_1 , \mathcal{D}_2 , \mathcal{D}_3 , di massa m e raggio $r > 0$. I dischi \mathcal{D}_1 , \mathcal{D}_3 possono rotolare senza strisciare sull'asse Ox mentre il disco \mathcal{D}_2 può rotolare senza strisciare su un'asse parallelo a Ox passante per il punto di coordinate $(x, y) = (0, 2r)$.

Sul sistema agiscono anche delle forze elastiche prodotte da molle tutte uguali, di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla. Detti B_1 , B_2 , B_3 i baricentri dei tre dischi, una molla collega B_1 al punto $(x, y) = (0, r)$, una seconda molla collega B_1 a B_2 , una terza collega B_2 a B_3 e una quarta collega B_3 al punto $(x, y) = (L, r)$, con $L > 6r$.



Come coordinate lagrangiane si usano le ascisse x_1 , x_2 , x_3 dei tre baricentri.

- Trovare le configurazioni di equilibrio del sistema e studiarne la stabilità.
- Determinare le frequenze proprie e i modi normali di oscillazione attorno alla configurazione di equilibrio stabile.