

Compitino di Meccanica Razionale

30 aprile 2019

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

Nel sistema in figura, soggetto a vincoli ideali e disposto in un piano verticale, un'asta omogenea AC di lunghezza 2ℓ e massa M ha l'estremo A vincolato a scorrere lungo l'asse y e l'estremo C incernierato al centro di una corona circolare omogenea di raggio esterno R , raggio interno $\frac{3}{4}R$ e massa M . La corona circolare rotola senza strisciare sull'asse x . Un disco omogeneo di raggio r ($< \frac{1}{8}R$) rotola senza strisciare sul bordo interno della corona circolare. Sul sistema agisce la forza di gravità e un molla di costante elastica k e lunghezza a riposo trascurabile richiama l'estremo A dell'asta all'origine O .

Si considerino come coordinate lagrangiane gli angoli θ e φ indicati in figura.

- 1) Scrivere l'energia cinetica del sistema

Trascurando il disco:

- 2) Determinare le reazioni vincolari nei punti P ed A (sapendo che la reazione vincolare in A è diretta ortogonalmente all'asse y)
- 3) Scrivere le equazioni del moto mediante le equazioni cardinali.

Secondo Esercizio

Un corpo di massa unitaria è soggetto ad una forza centrale

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = f(\rho) \frac{\mathbf{x}}{\rho}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3,$$

dove $\rho = |\mathbf{x}|$ ed

$$f(\rho) = -2 - 4(\alpha - 1)\rho^3 \quad \alpha > 0.$$

- 1) Tracciare il ritratto di fase nello spazio delle fasi ridotto con coordinate $\rho, \dot{\rho}$ al variare del parametro α e della componente c del momento angolare ortogonale al piano del moto
- 2) Dire per quali valori dei parametri α, c tutte le traiettorie sono limitate.
- 3) Dire per quali valori di α, c esistono traiettorie circolari del moto e calcolarne il periodo.