

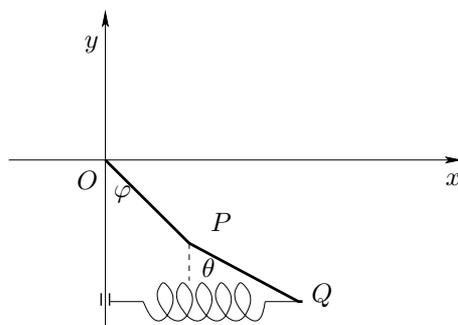
Compitino di Meccanica Razionale

27 Maggio 2019

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

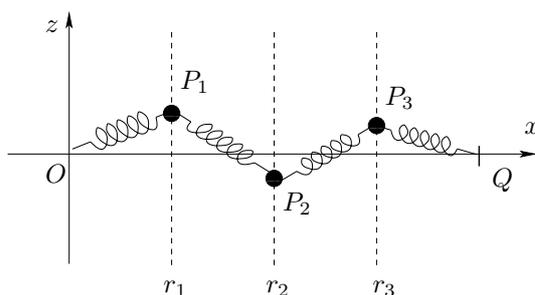
In un piano verticale si fissi un riferimento Oxy , con asse Oy verticale ascendente. In tale piano si possono muovere due aste di uguale lunghezza 2ℓ e di massa m . Un estremo della prima asta è incernierato nell'origine O e all'altro estremo P è attaccata la seconda asta PQ . L'estremità Q della seconda asta è collegata all'asse Oy da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla che si mantiene sempre orizzontale (vedi figura). Sul sistema agisce anche la forza di gravità, di accelerazione g .



Usando come coordinate gli angoli φ, θ che le due aste formano con la direzione verticale determinare le equazioni del moto mediante le equazioni cardinali.

Secondo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxz , con asse Oz verticale ascendente, e si consideri il sistema meccanico formato da tre punti materiali P_1, P_2, P_3 di massa m vincolati a scorrere senza attrito su tre rette verticali r_1, r_2, r_3 passanti per i punti di coordinate $(x, z) = (\ell, 0), (2\ell, 0), (3\ell, 0)$, con $\ell > 0$. Sui tre punti agiscono delle forze elastiche esercitate da quattro molle uguali, di costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Queste molle sono disposte come in figura: due di esse collegano P_i a P_{i+1} con $i = 1, 2$, le altre due collegano P_1 al punto O e P_3 al punto Q di coordinate $(x, z) = (4\ell, 0)$. Sul sistema agisce anche la forza di gravità, di accelerazione g .



Per descrivere le configurazioni del sistema si usino le ordinate z_1, z_2, z_3 dei punti P_1, P_2, P_3 lungo le rette r_1, r_2, r_3 .

1. Dimostrare che il sistema meccanico ha un'unica configurazione di equilibrio e trovare le sue coordinate;
2. dimostrare che tale equilibrio è stabile;
3. calcolare le frequenze proprie ed i modi normali delle piccole oscillazioni attorno a questa configurazione.