

Compito di Meccanica Razionale

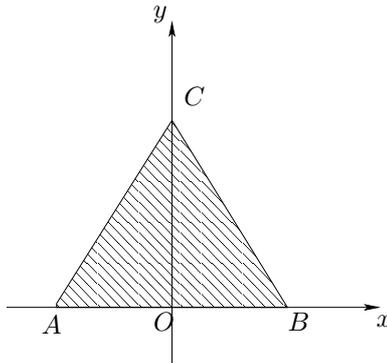
Corso di Laurea in Matematica

3 Luglio 2017

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

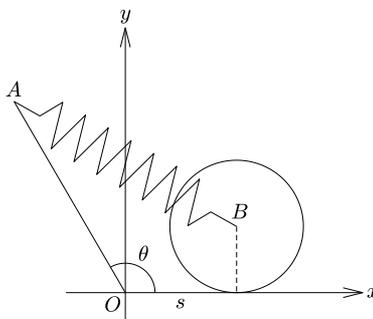
Si consideri una lamina triangolare ABC omogenea di massa m , con i lati uguali di lunghezza ℓ .



- Si fissi un sistema di riferimento $Oxyz$ con assi Ox, Oy nel piano della lamina disposti come in figura e si calcolino le coordinate (x, y) del baricentro G della lamina.
- Si calcoli il momento di inerzia della lamina rispetto all'asse r_G ortogonale al piano Oxy e passante per il baricentro G .
- Si calcoli il momento di inerzia della lamina rispetto all'asse r_A parallelo all'asse Oy e passante per il vertice A .

Secondo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy , con asse Oy verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico formato da un disco omogeneo di massa M e raggio R , che rotola senza strisciare lungo l'asse Ox , e da un'asta omogenea di massa m e lunghezza ℓ con un estremo incernierato in O . L'altro estremo A è collegato al baricentro B del disco da una molla di costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla. Sul sistema agisce la forza di gravità, di accelerazione g . Assumiamo che tutti i vincoli siano ideali.

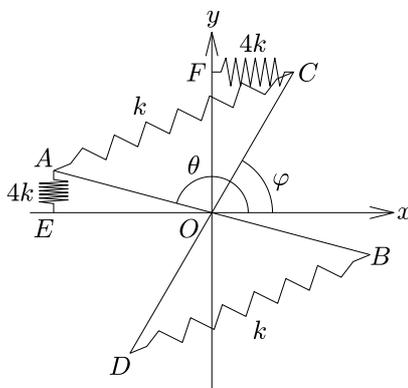


Si usino come coordinate l'ascissa s di B e l'angolo θ tra l'asta e la direzione di Ox (vedi figura). Si chiede di

- scrivere le equazioni del moto usando le equazioni cardinali della dinamica;
- ritrovare le stesse equazioni del moto con il formalismo lagrangiano;
- trovare le componenti della reazione vincolare in O lungo gli assi Ox e Oy .

Terzo Esercizio

In un piano orizzontale si fissi un sistema di riferimento Oxy e si consideri il sistema meccanico formato dalle aste AB e CD omogenee di lunghezza 2ℓ e massa m vincolate a ruotare intorno ai rispettivi baricentri i quali coincidono con O . Due molle di costante elastica $k > 0$ e lunghezza a riposo nulla collegano A con C e B con D . Altre due molle di costante elastica $4k$ e lunghezza a riposo nulla collegano A con l'asse Ox e C con l'asse Oy , mantenendosi sempre ad essi perpendicolari. Assumiamo che tutti i vincoli siano ideali.



Per descrivere le configurazioni del sistema si usino gli angoli θ, φ formati dalle aste AB, CD con l'asse Ox (vedi figura). Si chiede di

- trovare tutte le configurazioni di equilibrio del sistema;
- discutere la stabilità di una a piacere di tali configurazioni.