

## Primo compito di Meccanica Razionale

27 Aprile 2015

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

### Primo Esercizio

Un punto materiale  $P$  di massa unitaria si muove in un campo di forze centrale

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = f(\rho) \mathbf{e}_\rho \quad , \quad f(\rho) = -\frac{4\alpha}{\rho^3} - \frac{\alpha}{\rho^5}$$

con  $\alpha$  parametro reale positivo.

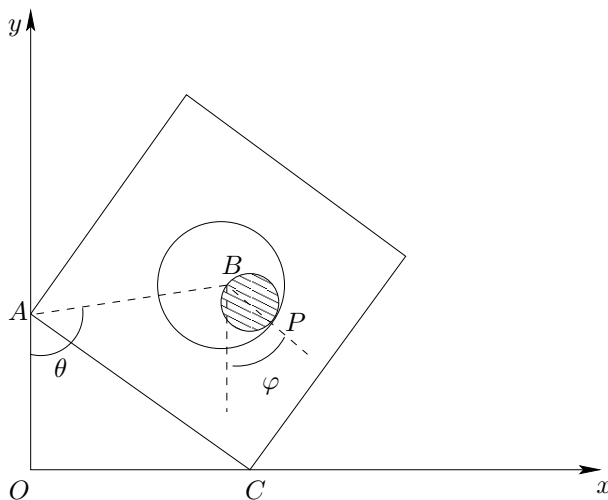
- a) Studiare qualitativamente il moto del punto  $P$ , analizzando i casi che si presentano al variare del parametro  $\alpha$ , del modulo del momento angolare  $\ell$  e delle condizioni iniziali.

Supponiamo che il punto  $P$  al tempo  $t = 0$  si trovi ad una distanza unitaria dal centro di forza e la sua velocità sia perpendicolare al raggio vettore ( $P - O$ ) e di modulo  $3\sqrt{\alpha/2}$ .

- b) Individuare il tipo di moto e calcolare l'equazione polare della traiettoria.

## Secondo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento  $Oxy$ , con asse  $Oy$  verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico formato da una lamina quadrata omogenea, di lato  $L$ , massa  $M$  e baricentro  $B$ , da cui è stato ritagliato un disco di raggio  $R$  e centro  $B$ , ottenendo così un quadrato forato che denotiamo  $\mathcal{Q}_o$ . I vertici  $A, C$  della lamina, appartenenti ad uno stesso lato, sono vincolati a scorrere sugli assi  $Ox, Oy$ . All'interno della lamina rotola senza strisciare un disco omogeneo  $\mathcal{D}$ , di raggio  $r$  e massa  $m$ , vedi figura. Denotiamo con  $P$  il punto di contatto tra  $\mathcal{D}$  e  $\mathcal{Q}_o$ . Assumiamo inoltre che valgano le relazioni  $L = 8r, R = 2r$  e che sul sistema agisca la forza di gravità, di accelerazione  $g$ . Scegliamo come coordinate gli angoli  $\theta, \varphi$ , che i segmenti  $AB, BP$  formano con la direzione verticale.



1. Calcolare i momenti principali di inerzia di  $\mathcal{Q}_o$  rispetto a  $B$ ;
2. trovare le velocità angolari di  $\mathcal{Q}_o$  e  $\mathcal{D}$ ;
3. calcolare le coordinate dei centri istantanei di rotazione di  $\mathcal{Q}_o$  e  $\mathcal{D}$ ;
4. scrivere la seconda equazione cardinale per  $\mathcal{D}$  rispetto al polo  $P$ .