

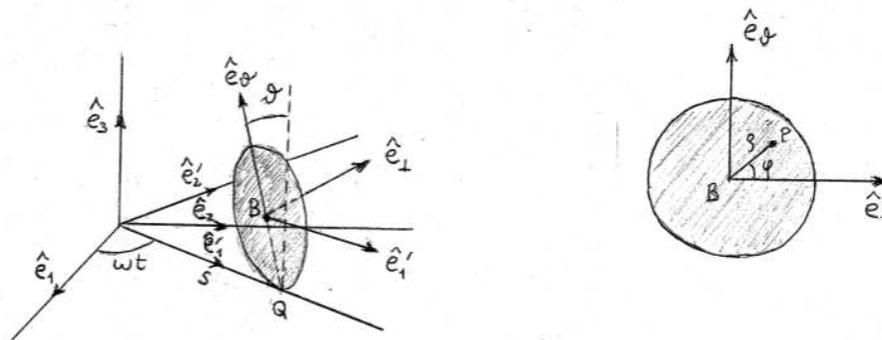
## Secondo compito di Meccanica Razionale

1 Giugno 2015

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

### Primo Esercizio

Si fissi un sistema di riferimento  $\Sigma = O\hat{e}_1\hat{e}_2\hat{e}_3$  con asse  $O\hat{e}_3$  verticale ascendente e si consideri un riferimento  $\Sigma' = O'\hat{e}'_1\hat{e}'_2\hat{e}'_3$ , con  $O' = O$ ,  $\hat{e}'_3 = \hat{e}_3$ , che ruota con velocità angolare costante  $\vec{\omega} = \omega\hat{e}_3$  rispetto a  $\Sigma$ . Sull'asse  $O\hat{e}'_1$  rotola senza strisciare un disco omogeneo  $\mathcal{D}$ , di massa  $m$  e raggio  $R$ . Tale disco si può inclinare rispetto alla verticale, ma sempre in modo tale che l'asse  $O\hat{e}'_1$  si mantenga nel piano del disco stesso. Sul sistema agisce la forza di gravità, con accelerazione  $g$ . Si usino come coordinate l'ascissa  $s$  del punto di contatto  $Q$  del disco con l'asse  $O\hat{e}'_1$  e l'angolo  $\theta$  che  $\mathcal{D}$  forma con il piano generato da  $\hat{e}'_1, \hat{e}_3$  (vedi figura).



- i) Si scriva la lagrangiana del sistema nel riferimento  $\Sigma$ .
- ii) Si scriva la lagrangiana<sup>1</sup> nel riferimento  $\Sigma'$  e si confronti il risultato con quello del punto i).

<sup>1</sup>suggerimento: usare le coordinate polari  $\rho, \phi$  rispetto al baricentro  $B$  del disco per descrivere i suoi punti.

## Secondo Esercizio

Due punti materiali  $P_1$  e  $P_2$  di uguale massa  $m$  sono vincolati a muoversi sull'asse delle ascisse di un sistema di riferimento inerziale  $Oxy$ . Il punto  $P_1$  è collegato con l'origine da una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo nulla e con il punto  $P_2$  da una molla con le stesse caratteristiche della prima. Il punto  $P_2$ , oltre ad essere collegato con il punto  $P_1$  è collegato con il punto  $A$  di coordinate  $(0, \alpha)$  da una molla con le stesse caratteristiche delle precedenti. Si assumano come parametri lagrangiani le ascisse  $x_1$  e  $x_2$  dei punti  $P_1$  e  $P_2$  rispettivamente.

- i) Trovare gli equilibri del sistema e discuterne la stabilità.
- ii) Trovare le frequenze ed i modi normali delle piccole oscillazioni attorno all'equilibrio stabile.