

Compito parziale di Meccanica Razionale e Analitica
3 Aprile 2009

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

Un punto materiale di massa unitaria è soggetto ad una forza centrale

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = - \left(\frac{4}{r^3} + \frac{a^2}{r^5} \right) \mathbf{e}_r, \quad a \in \mathbf{R},$$

dove $r = |\mathbf{r}|$ ed $\mathbf{e}_r = \mathbf{r}/r$ è il versore radiale.

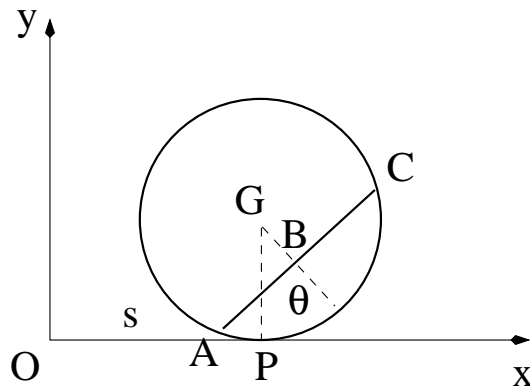
- a) Scrivere l'energia potenziale efficace e discutere qualitativamente il moto al variare del parametro a e della componente ℓ del momento angolare ortogonale al piano del moto.

Si supponga adesso che $a \neq 0$ e si consideri un moto nel quale il punto inizialmente si trova a distanza $r_0 = a$ dal centro di forza ed è lanciato perpendicolarmente al raggio vettore \mathbf{r} con velocità $v_0 = \frac{3}{a\sqrt{2}}$.

- b) Supponendo che all'istante iniziale il punto stia sulla semiretta $\theta = 0$, determinare l'equazione della traiettoria in forma polare.

Secondo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy , con asse y verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico formato da un anello omogeneo di massa M e raggio R vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse x .



- a) Supponiamo che nei punti A e C dell'anello siano saldati i due estremi di un'asta omogenea di massa m e lunghezza 2ℓ , con $R > \ell$. Sia s l'ascissa del baricentro G dell'anello. Utilizzando come coordinata l'angolo θ che il segmento GB , congiungente G con il baricentro B dell'asta, forma con la direzione verticale (vedi figura) descrivere il moto del sistema attraverso le equazioni cardinali. Si assuma per semplicità che valga la relazione $\theta = -s/R$.

- b) Si consideri adesso il caso in cui gli estremi A , C dell'asta sono liberi di scivolare sull'anello, mantenendosi sempre a contatto con esso. Utilizzando come coordinate l'ascissa s e l'angolo θ (che ora sono indipendenti) determinare le coordinate dei centri di istantanea rotazione dell'anello e dell'asta.