INTERPRETAZIONE PROBABILISTICA

Si usano i residui come variabili casuali

ipotesi: i) a convergenza dei minimi quadrati trovo x^*; ogni residuo in x^* è una variabile casuale Ξ_i;

in questa sezione in realtà non usiamo questa ipotesi

[ii) l'errore di ogni osservazione è una variabile casuale indipendente dall'errore delle altre osservazioni;]

iii) la densità di prob. congiunta dei residui è invariante per rotazione $\Rightarrow$ la densità di prob. è gaussiana: $p_{\Xi_i}(\xi) = N(0,1)(\xi)$

Si ottiene che Ξ ha densità $p_{\Xi}(\xi) = N(0,I)(\xi)$

Sotto queste ipotesi la soluzione x^* si può considerare come un insieme di variabili casuali $X = (X_1, .., X_m)$ distribuite congiuntamente.

Calcoliamo $p_X(x)$ ~~data~~ a partire da $p_{\Xi}(\xi)$:

I residui sono funzione dei parametri del fit: $\xi = G(x)$, $G: \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^m$

x^* sol. nom. $\xi^* = G(x^*)$.

Linearizzo ed ottengo $\xi - \xi^* = B(x^*)(x-x^*) + \dots$ $B = \frac{\partial G}{\partial x}$ (matrice disegno)

Considero $V = G(\mathbb{R}^N)$. Siccome abbiamo convergenza dei minimi quadrati, allora $B(x^*)$ ha rango N (cioè il max) ← la matrice normale è def. positiva.

quindi, in un intorno di ξ^* la $V = G(\mathbb{R}^N)$ è una varietà regolare (ammette un piano tangente)