MODELLI di ERRORE

Diamo adesso le formule per le densità di prob. marginale e condizionale nel caso delle gaussiane.

Siano $X = (X_1, \dots, X_n)$, $Y = (Y_1, \dots, Y_m)$ variabili casuali gaussiane distribuite congiuntamente, con densità di prob. $P_{X,Y}(x,y) = N((m_x; m_y)^T, \Gamma)$

$$(m_x; m_y) = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} \qquad \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_x & \Gamma_{xy} \\ \Gamma_{yx} & \Gamma_y \end{bmatrix} \qquad \Gamma_{xy}^T = \Gamma_{yx}$$

DENSITÀ di PROB. MARGINALI

$$P_X = N(m_x, \Gamma_x) \qquad P_Y = N(m_y, \Gamma_y)$$

cioè, la matrice di covarianza marginale è la restrizione al sottospazio lineare corrispondente della matrice di covarianza Γ.

DENSITÀ di PROB. CONDIZIONALI

$$P_{X|Y}(x;y) = N\Big(m_x + \Gamma_{xy}\Gamma_y^{-1}(y - m_y), \overbrace{\Gamma_x - \Gamma_{xy}\Gamma_y^{-1}\Gamma_{yx}}^{\Gamma^x}\Big)$$

$$P_{Y|X}(y;x) = N\left(m_y + \Gamma_{yx}\Gamma_x^{-1}(x - m_x), \Gamma_y - \Gamma_{yx}\Gamma_x^{-1}\Gamma_{xy}\right)$$

cioè, la matrice normale condizionale $C^x = (\Gamma^x)^{-1}$ è la restrizione al sottospazio lineare corrispondente della matrice normale $C = \Gamma^{-1}$

$\boxed{\text{ESERCIZIO}}$ Mostrare che $(\Gamma^x)^{-1} = C_{xx}$