In modo analogo si possono considerare n variabili casuali continue distribuite congiuntamente.

INDIPENDENZA, PROB. MARGINALE e CONDIZIONALE

Date X, Y distribuite congiuntamente, definiamo

$$p_X(x) = \int_{\mathbb{R}} p_{X,Y}(x,y)\,dy \quad ; \quad p_Y(y) = \int_{\mathbb{R}} p_{X,Y}(x,y)\,dx$$ densità marginali

DEF X, Y sono indipendenti se

$$p_{X,Y}(x,y) = p_X(x)\,p_Y(y)$$

OSS Se X, Y sono indipendenti, allora

$$\begin{aligned} Cov(X,Y) &= \int_{\mathbb{R}^2} [x - E(X)][y - E(Y)]\, p_X(x)\, p_Y(y)\, dx\, dy \\ &= \int_{\mathbb{R}} [x - E(X)]\, p_X(x)\, dx \int_{\mathbb{R}} [y - E(Y)]\, p_Y(y)\, dy = 0 \end{aligned}$$

DEF

$$\begin{cases} p_{X|Y}(x;y) = \dfrac{p_{X,Y}(x,y)}{p_Y(y)} & \text{densità condizionale (di X data Y)} \\[2ex] p_{Y|X}(y;x) = \dfrac{p_{X,Y}(x,y)}{p_X(x)} & \text{densità condizionale (di Y data X)} \end{cases}$$