MODELLI di ERRORE

Variabili casuali distribuite congiuntamente

Siano X, Y variabili casuali continue, con una densità di prob. congiunta $p_{X,Y}$ t.c. $p_{X,Y} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $p_{X,Y}$ continua, $p_{X,Y} \geq 0$

$$\int_{\mathbb{R}^2} p_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy = 1 .$$

Possiamo definire una misura di probabilità

$$\mathcal{P}_{X,Y}\begin{pmatrix} a < X < b \\ c < Y < d \end{pmatrix} = \int_a^b \int_c^d p_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy$$

che esprime la prob. che (X,Y) stia in $(a,b)\times(c,d)$.

DEF $$E(X) = \int_{\mathbb{R}^2} x\, p_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy$$ media di X

$$Var(X) = \int_{\mathbb{R}^2} \left[x - E(X)\right]^2 p_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy$$ varianza di X

$$Cov(X,Y) = \int_{\mathbb{R}^2} \left[x - E(X)\right]\left[y - E(Y)\right] p_{X,Y}(x,y)\,dx\,dy$$
$$= E\left(\left[X - E(X)\right]\left[Y - E(Y)\right]\right)$$ covarianza

Introduciamo la matrice di covarianza

$$\Gamma = \begin{bmatrix} Var(X) & Cov(X,Y) \\ Cov(X,Y) & Var(Y) \end{bmatrix}$$

e la matrice normale $C = \Gamma^{-1}$

Introduciamo anche il coefficiente di correlazione

$$Corr(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}} .$$