

## Moti unidimensionali

### Repulsore armonico

$$\ddot{x} = x \quad (m=1)$$

$$V(x) = - \int x dx = - \frac{1}{2} x^2 + c$$

$$V(x) = - \frac{1}{2} x^2 \quad (\text{poniamo } c = 0)$$

$$E(x, \dot{x}) = \frac{1}{2} \dot{x}^2 - \frac{1}{2} x^2 = T(\dot{x}) + V(x)$$

Sia  $E_0$  il valore fissato dell'energia

$$E_0 = 0 \quad \begin{aligned} \dot{x} &= x \\ \dot{x} &= -x \end{aligned}$$

$$\underline{E_0 > 0} \quad \frac{1}{2} \dot{x}^2 = \frac{1}{2} x^2 + E_0$$

$\dot{x}$  non si annulla mai

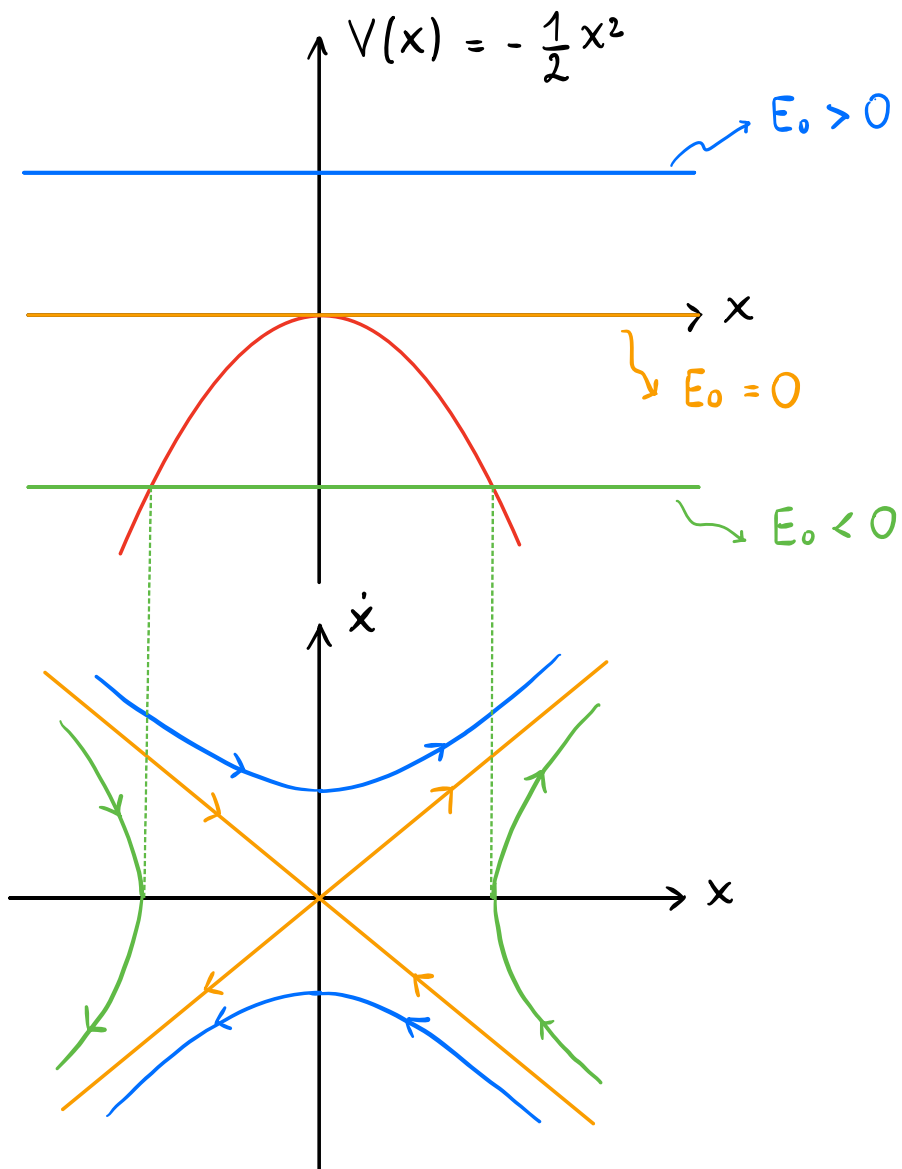
→ famiglia di iperboli con asse di simmetria  $x=0$

$E_0 < 0$

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}\dot{x}^2 + |E_0|$$

$x$  non si annulla mai

→ famiglia di iperboli con asse di simmetria  $\dot{x} = 0$



## Oscillatore armonico

$$\ddot{x} = -x \quad (m=1)$$

$$V(x) = \int x dx = \frac{1}{2}x^2 + c$$

$$V(x) = \frac{1}{2}x^2 \quad (\text{poniamo } c=0)$$

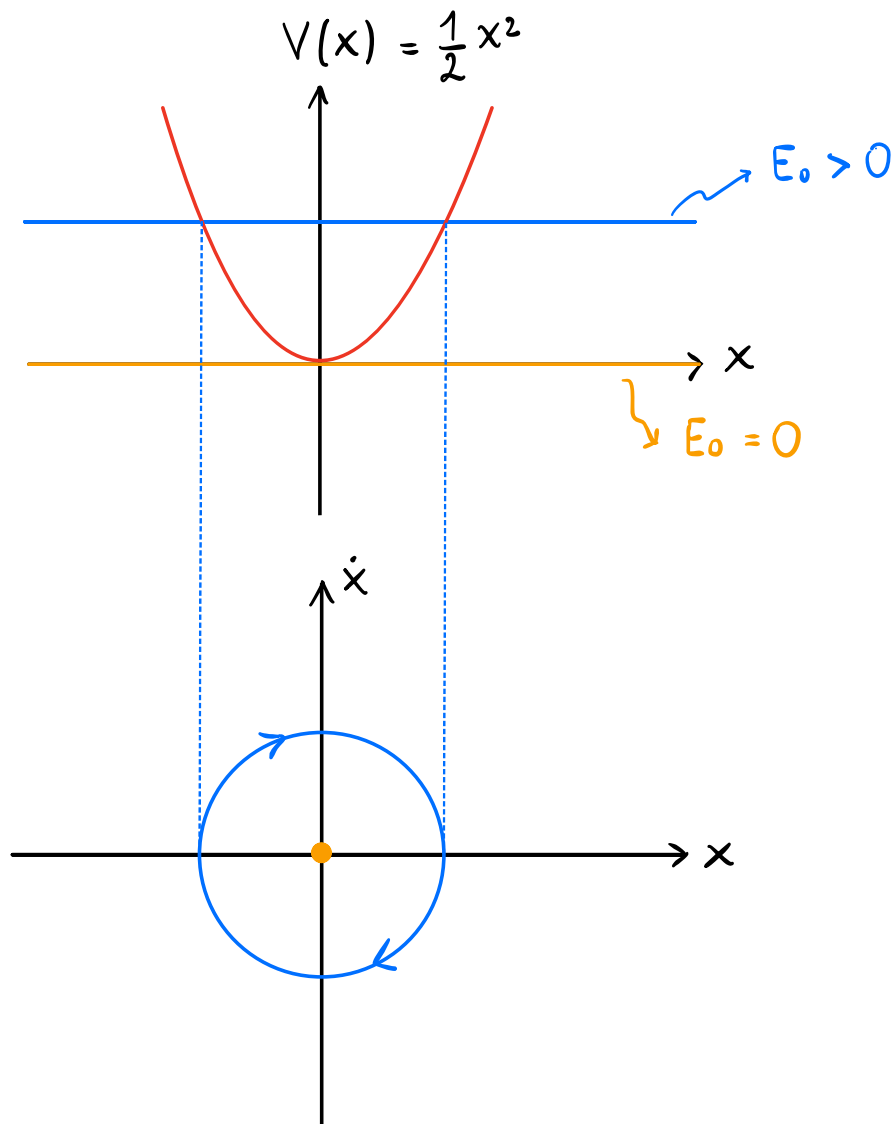
$$E(x, \dot{x}) = \frac{1}{2}\dot{x}^2 + \frac{1}{2}x^2 = T(\dot{x}) + V(x)$$

Sia  $E_0$  il valore fissato dell'energia

$$E_0 = 0 \quad \dot{x}^2 = -x^2 \\ \Leftrightarrow x=0, \dot{x}=0$$

$$E_0 > 0 \quad \frac{1}{2}\dot{x}^2 + \frac{1}{2}x^2 = E_0$$

famiglia di circonferenze con  
centro in  $(x, \dot{x}) = (0, 0)$  e raggio  $\sqrt{2E_0}$



### Esercizi proposti

Disegnare il ritratto di fase sul piano  $(x, \dot{x})$   
per un moto unidimensionale con

$$V(x) = \frac{\omega^2 x^2}{2} - \alpha x^3, \quad \alpha > 0, \quad \omega \in \mathbb{R} \quad e$$

$$V(x) = -\frac{\omega^2 x^2}{2} + \alpha x^4, \quad \alpha > 0, \quad \omega \in \mathbb{R}$$