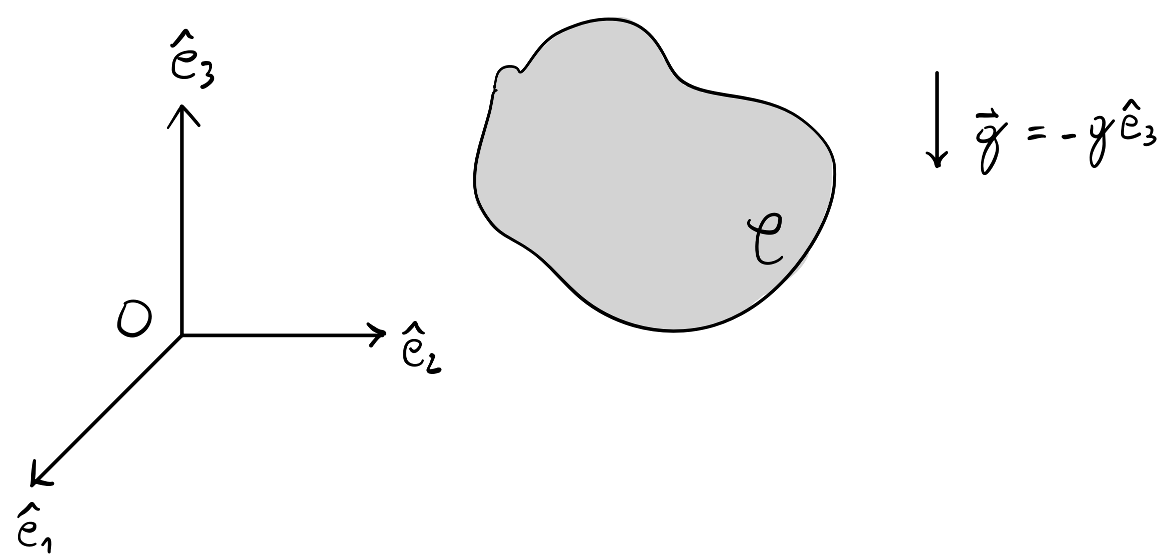
Estensione al caso continuo dell'esercizio 11 delle note

Trovare l'asse centrale nel caso del sistema $\mathcal{S}$ costituito dalla distribuzione uniforme di forze applicate ai punti di un corpo materiale $\mathcal{C}$ di massa m dovuta all'accelerazione di gravità $\vec{g}$



Calcoliamo la risultante delle forze

$$\vec{R} = \int_{\mathcal{C}} \mu(-g\,\hat{e}_3)\,dV = -g\left(\int_{\mathcal{C}} \mu\,dV\right)\hat{e}_3 = -mg\,\hat{e}_3$$

μ è la densità e dV è il volume infinitesimo, quindi $\mu\,dV$ è l'elemento infinitesimo di massa

Calcoliamo la posizione Q_0 di un punto dell'asse centrale

$$Q_0 - O = \frac{\vec{R} \times \vec{N}_0}{|\vec{R}|^2}$$

dove

$$\vec{N}_0 = \int_{\mathcal{C}} \mu (P-O) \times (-g\hat{e}_3)\, dV$$

$$= \underbrace{\left(\int_{\mathcal{C}} \mu (P-O)\, dV\right)}_{= m(B-O)} \times (-g\hat{e}_3)$$

$= m(B-O)$ con B baricentro di $\mathcal{C}$

$$Q_0 - O = \frac{(-mg\hat{e}_3) \times [(-mg)(B-O) \times \hat{e}_3]}{m^2 g^2}$$

$$Q_0 - O = \hat{e}_3 \times [(B-O) \times \hat{e}_3]$$

Quindi ponendo $O = B$ si ottiene $Q_0 = B$, cioè B appartiene all'asse centrale

Si legga a questo punto l'esempio 3 a pagina 88 delle note