

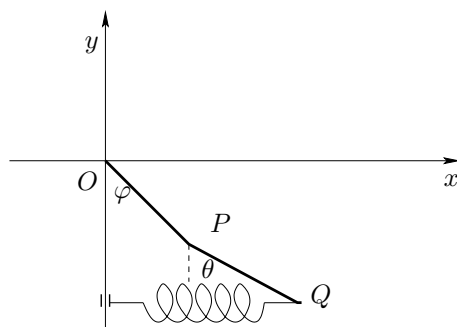
## Compitino di Meccanica Razionale

27 Maggio 2019

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

### Primo Esercizio

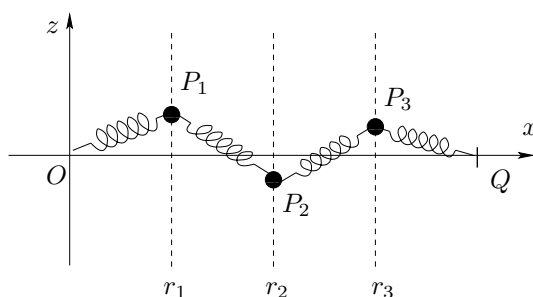
In un piano verticale si fissi un riferimento  $Oxy$ , con asse  $Oy$  verticale ascendente. In tale piano si possono muovere due aste di uguale lunghezza  $2\ell$  e di massa  $m$ . Un estremo della prima asta è incernierato nell'origine  $O$  e all'altro estremo  $P$  è attaccata la seconda asta  $PQ$ . L'estremità  $Q$  della seconda asta è collegata all'asse  $Oy$  da una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo nulla che si mantiene sempre orizzontale (vedi figura). Sul sistema agisce anche la forza di gravità, di accelerazione  $g$ .



Usando come coordinate gli angoli  $\varphi, \theta$  che le due aste formano con la direzione verticale determinare le equazioni del moto mediante le equazioni cardinali.

## Secondo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento  $Oxz$ , con asse  $Oz$  verticale ascendente, e si consideri il sistema meccanico formato da tre punti materiali  $P_1, P_2, P_3$  di massa  $m$  vincolati a scorrere senza attrito su tre rette verticali  $r_1, r_2, r_3$  passanti per i punti di coordinate  $(x, z) = (\ell, 0), (2\ell, 0), (3\ell, 0)$ , con  $\ell > 0$ . Sui tre punti agiscono delle forze elastiche esercitate da quattro molle uguali, di costante elastica  $k > 0$  e lunghezza a riposo nulla. Queste molle sono disposte come in figura: due di esse collegano  $P_i$  a  $P_{i+1}$  con  $i = 1, 2$ , le altre due collegano  $P_1$  al punto  $O$  e  $P_3$  al punto  $Q$  di coordinate  $(x, z) = (4\ell, 0)$ . Sul sistema agisce anche la forza di gravità, di accelerazione  $g$ .



Per descrivere le configurazioni del sistema si usino le ordinate  $z_1, z_2, z_3$  dei punti  $P_1, P_2, P_3$  lungo le rette  $r_1, r_2, r_3$ .

1. Dimostrare che il sistema meccanico ha un'unica configurazione di equilibrio e trovare le sue coordinate;
2. dimostrare che tale equilibrio è stabile;
3. calcolare le frequenze proprie ed i modi normali delle piccole oscillazioni attorno a questa configurazione.