

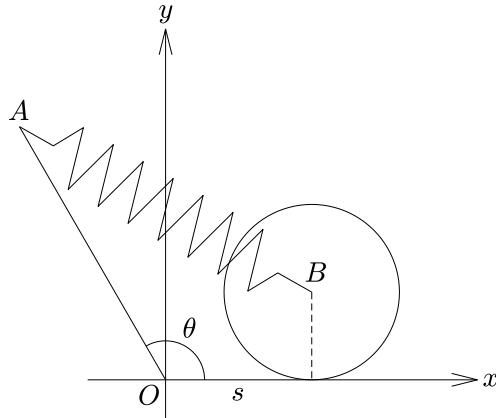
## Compitino di Meccanica Razionale

31 maggio 2018

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

### Primo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento  $Oxy$ , con asse  $Oy$  verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico formato da un disco omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$ , che rotola senza strisciare lungo l'asse  $Ox$ , e da un'asta omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $2\ell$  con un estremo incernierato in  $O$ . L'altro estremo  $A$  è collegato al baricentro  $B$  del disco da una molla di costante elastica  $k > 0$  e lunghezza a riposo nulla. Sul sistema agisce la forza di gravità, di accelerazione  $g$ . Assumiamo che tutti i vincoli siano ideali.



Si usino come coordinate l'ascissa  $s$  di  $B$  e l'angolo  $\theta$  tra l'asta e la direzione di  $Ox$  (vedi figura). Ponendo

$$\frac{R}{2\ell} - \frac{mg}{4k\ell} = \frac{1}{2},$$

si chiede di

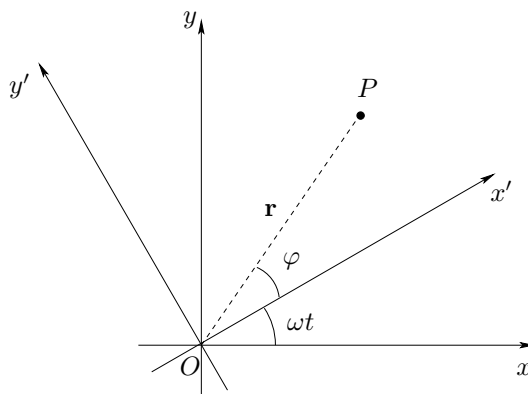
- trovare le configurazioni di equilibrio del sistema;
- discutere la stabilità di tali configurazioni.

## Secondo Esercizio

Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  è soggetto al campo di forze centrali con centro  $O$

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = f(\rho) \frac{\mathbf{r}}{\rho}, \quad \rho = |\mathbf{r}|, \quad \mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$$

in un sistema di riferimento  $\Sigma = Oxyz$ . Si assuma l'asse  $Oz$  ortogonale al piano del moto e si consideri un sistema di riferimento  $\Sigma' = Ox'y'z$  che ruota attorno all'asse  $Oz$  con velocità angolare  $\omega$  costante rispetto a  $\Sigma$ .



Usando come coordinate la distanza  $\rho$  di  $P$  da  $O$  e l'angolo  $\varphi$  che il vettore  $\mathbf{r}$  forma con l'asse  $Ox'$  (vedi figura),

1. scrivere le espressioni delle forze apparenti che agiscono su  $P$  nel riferimento  $\Sigma'$  e usarle per scrivere le equazioni del moto di  $P$  in  $\Sigma'$ ;
2. scrivere la lagrangiana nel riferimento  $\Sigma'$ .