

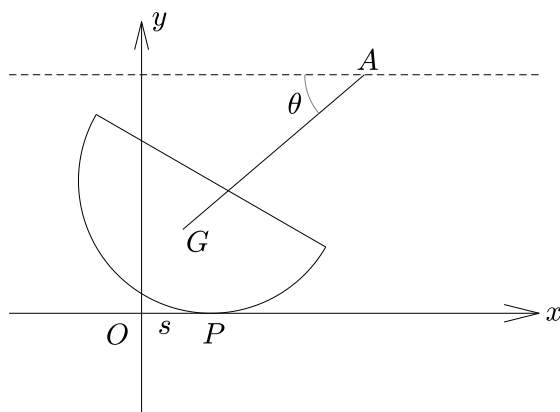
## Compitino di Meccanica Razionale

10 maggio 2018

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

### Primo Esercizio

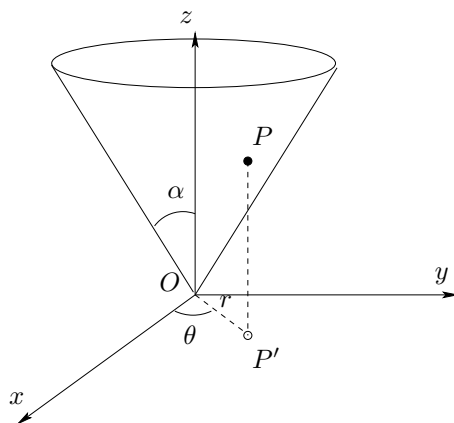
In un piano orizzontale si fissi un sistema di riferimento  $Oxy$ . Si consideri in tale piano il sistema meccanico formato da un semidisco omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$  con il bordo semicircolare vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse  $Ox$ . Nel baricentro  $G$  del semidisco è incernierato un'estremo di un'asta di massa  $m$  e lunghezza  $\ell$  mentre l'altro estremo  $A$  dell'asta è libero di scorrere lungo una guida orizzontale posta a distanza  $\ell$  da  $Ox$ . Assumiamo che per  $s = 0$  l'asse  $Oy$  passi per  $G$ . Usando come coordinate l'ascissa  $s \in (-\frac{\pi}{2}R, \frac{\pi}{2}R)$  del punto di contatto tra il semidisco e l'asse  $Ox$  e l'angolo  $\alpha$  che l'asta forma con la direzione dell'asse  $Ox$  (vedi figura),



1. trovare l'espressione dell'energia cinetica del sistema;
2. determinare la posizione del centro istantaneo di rotazione dell'asta.

## Secondo Esercizio

Si fissi un sistema di riferimento  $Oxyz$ , con asse  $Oz$  verticale ascendente e si consideri un punto materiale  $P$  di massa  $m$  che può scivolare sulla superficie di un cono circolare retto con vertice in  $O$ , asse  $Oz$  e semiapertura  $\alpha \in (0, \pi/2)$ . Sul punto  $P$  agisce la forza di gravità, di accelerazione  $g$ . Usando come coordinate la distanza  $r$  di  $P$  da  $Oz$  e l'angolo  $\theta$  che l'asse  $Ox$  forma con il segmento  $OP'$ , dove  $P'$  la proiezione di  $P$  sul piano  $Oxy$  (vedi figura),



1. mostrare che si conserva la componente  $M_z$  del momento angolare di  $P$  lungo  $Oz$ ;
2. scrivere le equazioni del moto di  $P$ ;
3. per un valore fissato  $c$  di  $M_z$  ridurre le equazioni del punto precedente a quelle di un moto unidimensionale nella variabile  $r$ .