

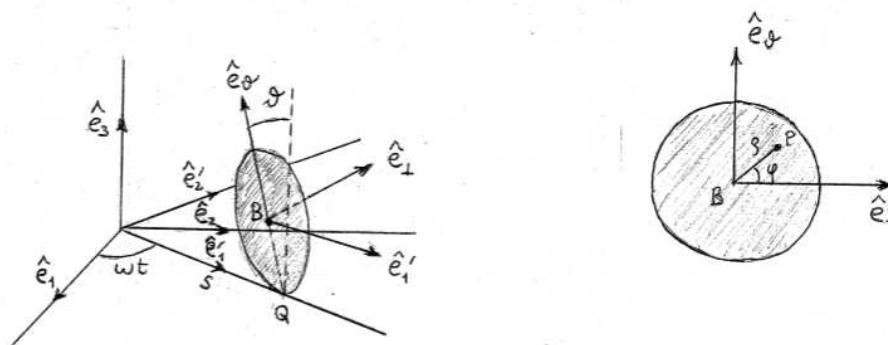
Secondo compito di Meccanica Razionale

1 Giugno 2015

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

Si fissi un sistema di riferimento $\Sigma = O\hat{e}_1\hat{e}_2\hat{e}_3$ con asse $O\hat{e}_3$ verticale ascendente e si consideri un riferimento $\Sigma' = O'\hat{e}'_1\hat{e}'_2\hat{e}'_3$, con $O' = O$, $\hat{e}'_3 = \hat{e}_3$, che ruota con velocità angolare costante $\vec{\omega} = \omega\hat{e}_3$ rispetto a Σ . Sull'asse $O\hat{e}'_1$ rotola senza strisciare un disco omogeneo \mathcal{D} , di massa m e raggio R . Tale disco si può inclinare rispetto alla verticale, ma sempre in modo tale che l'asse $O\hat{e}'_1$ si mantenga nel piano del disco stesso. Sul sistema agisce la forza di gravità, con accelerazione g . Si usino come coordinate l'ascissa s del punto di contatto Q del disco con l'asse $O\hat{e}'_1$ e l'angolo θ che \mathcal{D} forma con il piano generato da \hat{e}'_1, \hat{e}_3 (vedi figura).



- i) Si scriva la lagrangiana del sistema nel riferimento Σ .
- ii) Si scriva la lagrangiana¹ nel riferimento Σ' e si confronti il risultato con quello del punto i).

¹suggerimento: usare le coordinate polari ρ, ϕ rispetto al baricentro B del disco per descrivere i suoi punti.

Secondo Esercizio

Due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m sono vincolati a muoversi sull'asse delle ascisse di un sistema di riferimento inerziale Oxy . Il punto P_1 è collegato con l'origine da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla e con il punto P_2 da una molla con le stesse caratteristiche della prima. Il punto P_2 , oltre ad essere collegato con il punto P_1 è collegato con il punto A di coordinate $(0, \alpha)$ da una molla con le stesse caratteristiche delle precedenti. Si assumano come parametri lagrangiani le ascisse x_1 e x_2 dei punti P_1 e P_2 rispettivamente.

- i) Trovare gli equilibri del sistema e discuterne la stabilità.
- ii) Trovare le frequenze ed i modi normali delle piccole oscillazioni attorno all'equilibrio stabile.