

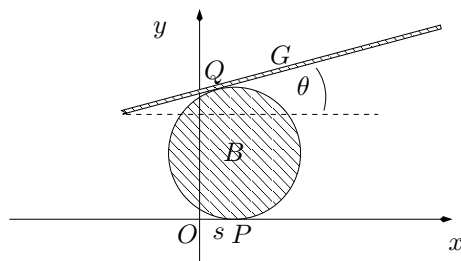
Compito parziale di Istituzioni di Fisica Matematica

22 Novembre 2011

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy , con asse Oy verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico descritto in figura, composto da un disco omogeneo di massa M e raggio R che può rotolare senza strisciare sull'asse Ox . Sul disco può a sua volta rotolare senza strisciare un'asta omogenea di massa m e lunghezza ℓ . Sul sistema agisce la forza di gravità, di accelerazione g . Si usino come coordinate l'ascissa s del baricentro B del disco

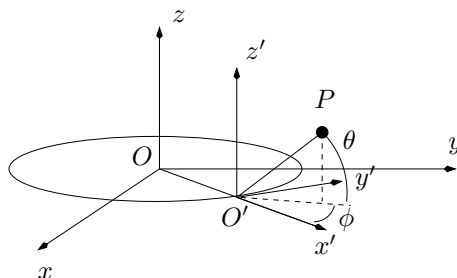


e l'angolo θ tra l'asta e la direzione orizzontale e si assuma che per $s = 0, \theta = 0$ il punto di contatto Q tra asta e disco coincida col baricentro G dell'asta.

- (i) Determinare il centro istantaneo di rotazione dell'asta;
- (ii) scrivere la seconda equazione cardinale per la sola asta rispetto al polo Q .

Secondo Esercizio

Si fissi un sistema di riferimento $\Sigma = Oxyz$ con asse Oz verticale ascendente e si consideri un riferimento $\Sigma' = O'x'y'z'$ con O' che si muove di moto circolare uniforme nel piano Oxy con legge oraria $x_{O'} = R \cos(\omega t)$, $y_{O'} = R \sin(\omega t)$, $z_{O'} = 0$, $\omega \neq 0$ costante. L'asse $O'z'$ è sempre parallelo a Oz e l'asse $O'x'$ è orientato come $O' - O$ (vedi figura). Nel riferimento Σ' si consideri un pendolo sferico formato da un punto materiale P di massa m sospeso ad O' tramite un'asta di lunghezza ℓ e massa trascurabile. Sul pendolo agisce la forza di gravità, di accelerazione g . Si usino come coordinate lagrangiane l'angolo θ che



$P - O'$ forma col piano $O'x'y'$ e l'angolo ϕ che la proiezione di $P - O'$ forma con l'asse $O'x'$.

- (i) Scrivere l'energia potenziale generalizzata delle forze apparenti che agiscono su P nel riferimento Σ' ;
- (ii) scrivere la lagrangiana del sistema.