

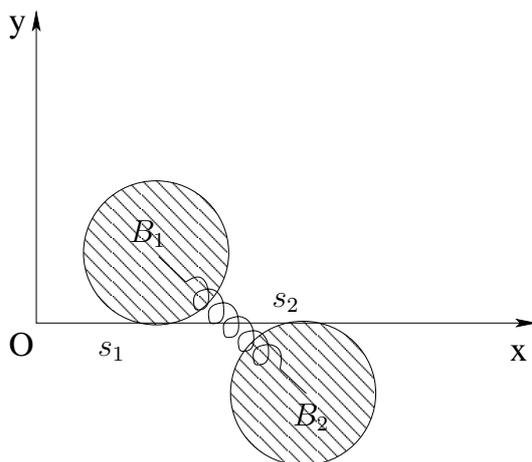
Compito di Istituzioni di Fisica Matematica

15 luglio 2010

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy , con asse Oy verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico piano composto da due dischi omogenei uguali, di massa m e raggio R , che possono rotolare senza strisciare uno sopra e l'altro sotto l'asse Ox (vedi figura). I baricentri B_1, B_2 dei dischi sono collegati tra loro da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla. Si usino come coordinate per descrivere il moto le ascisse s_1, s_2 dei baricentri B_1, B_2 .



- 1) Si scrivano le equazioni del moto usando le equazioni cardinali;
- 2) si trovi l'espressione, in funzione di s_1, s_2 , delle componenti orizzontali Φ_1, Φ_2 delle reazioni vincolari nei punti di contatto tra i dischi e l'asse Ox ;
- 3) si verifichi la risposta al punto 1) usando il formalismo lagrangiano.

Secondo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy , con asse Ox verticale discendente. Si consideri in tale piano il sistema meccanico composto da due punti materiali P, Q di uguale massa m vincolati a mantenere distanza costante ℓ dall'origine O . Sui punti agisce la forza di gravità, con accelerazione g , inoltre P e Q sono collegati da una molla di costante elastica $k = mg/\ell$ e lunghezza a riposo nulla.

Usando come coordinate lagrangiane gli angoli θ_1, θ_2 che OP ed OQ formano con Ox (supposti crescenti in senso antiorario)

- a) si scriva la lagrangiana del problema;
- b) si dimostri che la configurazione $(\theta_1, \theta_2) = (0, 0)$ è un equilibrio stabile;
- c) si calcolino le frequenze proprie ed i modi normali delle piccole oscillazioni attorno a $(\theta_1, \theta_2) = (0, 0)$.

Terzo Esercizio

Si consideri il sistema meccanico costituito da un disco omogeneo di massa m e raggio R il cui baricentro è vincolato all'origine di un sistema di riferimento $Oxyz$ con asse Oz verticale ascendente. L'asse del disco è inoltre vincolato a formare un angolo θ costante con Oz . Usando come coordinate i rimanenti due angoli di Eulero ϕ, ψ scrivere la hamiltoniana del problema .