

Compito parziale di Meccanica Razionale e Analitica

17 Aprile 2008

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

Un corpo di massa unitaria è soggetto ad una forza centrale

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \left(-\frac{1}{r} - \frac{\alpha}{2r^3} \right) \mathbf{e}_r, \quad \alpha \in \mathbf{R},$$

dove $r = |\mathbf{r}|$ è la distanza del corpo dal centro di forza ed \mathbf{e}_r è il versore radiale.

- a) Scrivere l'energia potenziale efficace e discutere qualitativamente il moto al variare del parametro reale α e della componente ℓ del momento angolare ortogonale al piano del moto.
- b) Discutere l'esistenza di orbite circolari e in caso affermativo trovarne il periodo.

Si consideri poi il moto con condizioni iniziali

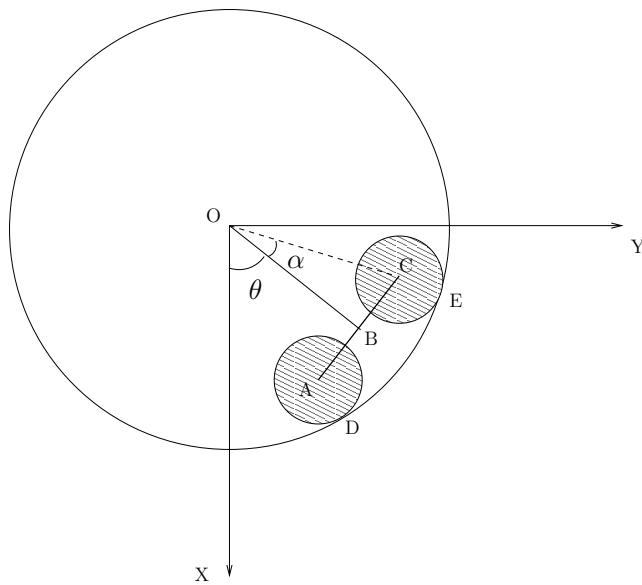
$$\mathbf{r}(0) = 2\alpha^{\frac{1}{3}} \mathbf{e}_r(0), \quad \mathbf{v}(0) = \frac{\sqrt{2}}{2} \alpha^{\frac{2}{3}} \mathbf{e}_\theta(0),$$

in cui \mathbf{e}_θ è il versore relativo alla coordinata polare θ , ortogonale ad \mathbf{e}_r .

- c) Esistono dei valori di α per cui tale moto è circolare?

Secondo Esercizio

Si consideri il sistema meccanico, mobile in un piano verticale, formato da due dischi omogenei \mathcal{D}_1 e \mathcal{D}_2 di massa m e raggio r i cui baricentri A e C sono incernierati agli estremi di un'asta di massa trascurabile e lunghezza $2\ell > 2r$. I dischi possono rotolare senza strisciare su una guida circolare fissa di raggio $R > 2\ell$.



Si fissi il sistema di riferimento $Oxyz$ con origine nel centro della guida circolare ed assi x, y nel piano del moto (vedi figura). Utilizzando come coordinata l'angolo θ tra l'asse x e la direzione individuata dal segmento \overline{BO} , dove B è il punto medio dell'asta, scrivere l'equazione del moto attraverso le equazioni cardinali.