

Meccanica Razionale e Analitica
USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Primo Esercizio

Considerare il funzionale

$$J(\mathbf{x}) = \int_0^1 (x_1^2 + x_2^2 + 2x_1'x_2')dt, \quad \mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t))$$

nella classe delle funzioni

$$A = \{\mathbf{x} \in C^1([0, 1]), \quad x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0, \\ x_1(1) = \sinh(1), \quad x_2(1) = \sinh(1)\}.$$

Trovare l'estremale che soddisfa le condizioni indicate.

Secondo Esercizio

Nel sistema rappresentato in figura le due carrucole hanno massa trascurabile, mentre i punti materiali pesanti applicati P_1 , P_2 , P_3 hanno masse rispettive m_1 , m_2 , m_3 . Supposta la verticalità del sistema e che i due cavi inestendibili abbiano lunghezze rispettive L_1 e L_2 , trovare con il metodo lagrangiano le equazioni di moto del sistema. Si assumano, con riferimento alla figura come parametri lagrangiani y_1 e y_2 .

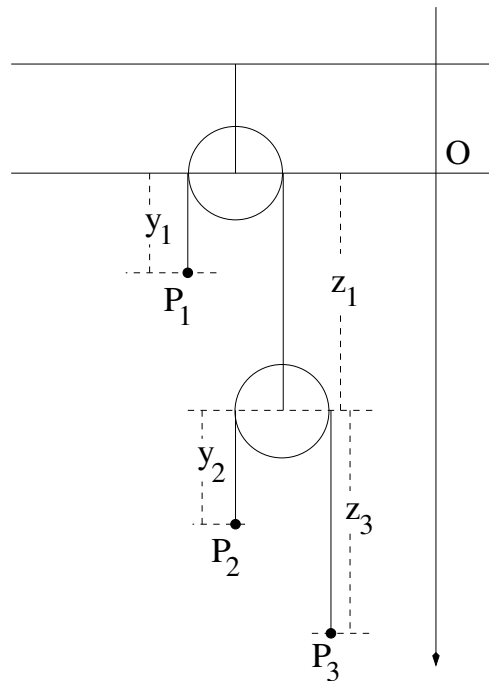


Figura 1

Terzo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy con asse y verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico costituito da un disco omogeneo di massa M e raggio R vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse x . Ad un punto del bordo del disco è incernierato un estremo di una sbarretta di lunghezza ℓ e massa trascurabile. All'altro estremo della sbarretta è saldato un punto materiale di massa m . Utilizzando le coordinate lagrangiane θ, ϕ indicate in figura,

- i) scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni di Lagrange;
- ii) individuare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.

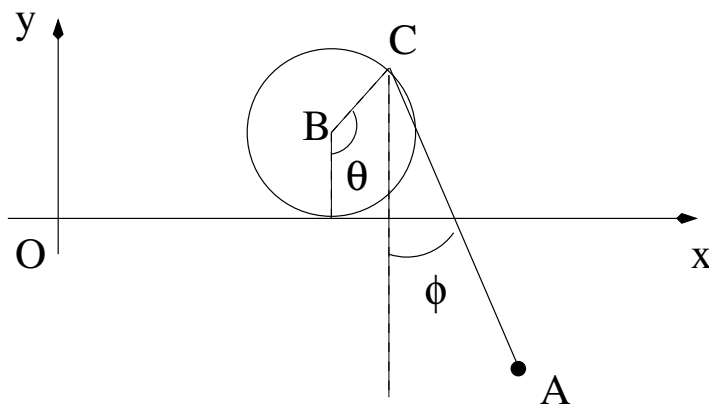


Figura 2

Prova al Calcolatore

Trovare l'estremale $\hat{\mathbf{x}}(t)$ del primo esercizio tramite MAPLE e provare che

$$\inf\{J(\mathbf{x}); \mathbf{x}(t) \in A\} = -\infty.$$

Utilizzare come successione minimizzante

$$\mathbf{x}_n(t) = (\hat{x}_1(t) + \sin(\pi n t), \hat{x}_2(t) - \sin(\pi n t)).$$