

**Prima Prova in "Itinere"**  
**Meccanica Razionale e Analitica 18/4/2005**  
**USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI**

**Primo Esercizio**

Provare che il funzionale

$$J_1(y) = \int_0^1 (y'^2 + y^2 - 2yx^3 e^x) dx$$

ha minimo assoluto nella classe delle funzioni

$$\mathcal{A} = \{y(x) \in C_S^1([0, 1]), y(0) = 0\}$$

e calcolare tale minimo.

**Secondo Esercizio**

Considerare il funzionale

$$J_2(y) = \int_0^1 (y'^2 + 2x^4 y) dx + y^2(0) + y^2(1)$$

nella classe delle funzioni  $C_S^1([0, 1])$ . Provare che il minimo assoluto esiste e trovarlo.

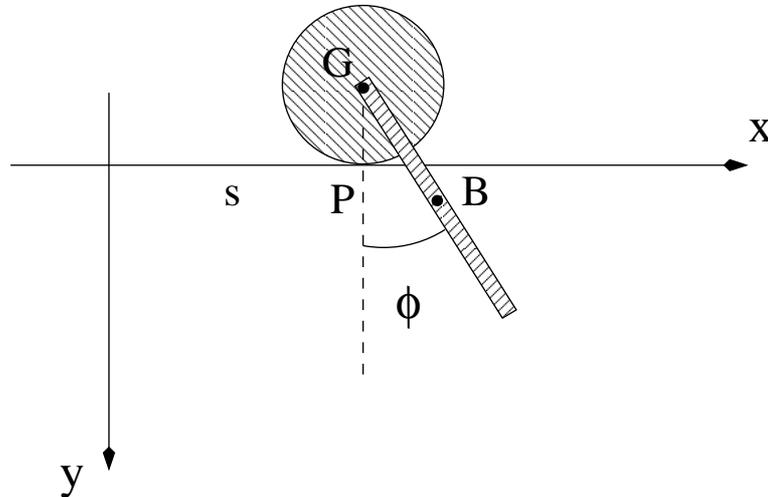
**Terzo Esercizio**

Si consideri il sistema piano costituito da un disco omogeneo di massa  $M$  e raggio  $R$  e da un'asta omogenea di massa  $m$  e lunghezza  $2\ell$  vincolata per un estremo al baricentro  $G$  del disco. Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse  $x$ . Denotiamo inoltre con  $B$  il baricentro dell'asta (vedi figura).

(i) Si descriva il moto del sistema tramite le equazioni cardinali utilizzando le coordinate  $s, \phi$ , in cui  $s$  è l'ascissa del punto del disco  $P$  a contatto con

l'asse  $x$  e  $\phi$  è l'angolo tra l'asta e la verticale, supposto crescente in senso antiorario;

(ii) si calcoli la componente della reazione vincolare  $\Psi_x$  tangente all'asse  $x$  nel punto  $P$  e si trovino le condizioni per cui tale componente è nulla.



### Prova al calcolatore

(a) Con riferimento al primo e secondo esercizio e indicati con  $y_1(x)$  e  $y_2(x)$  i rispettivi minimi assoluti, calcolare tramite MAPLE  $J_1(y_1)$  e  $J_2(y_2)$ . Tracciare i grafici di  $y_1(x)$  e  $y_2(x)$ .

(b) Tracciare la curva algebrica

$$x^4 + 5y^2 - 2xy^2 - 2x + y = 0$$

nel quadrato  $-2 < x < 2$ ,  $-2 < y < 2$ . Usare il comando `grid=[100,100]`.